DEFINICJE

Relacja równoważnościowa *Relacja $\equiv$ zdefiniowana na zbiorze P jest równoważnościowa wtw jest:*

(1) zwrotna, tj. $\forall_{x \in P}(x \equiv x)$,

(2) symetryczna, tj. $\forall_{x,y \in P}[(x \equiv y) \rightarrow (y \equiv x)]$ *oraz*

(3) przechodnia, tj. $\forall_{x,y,z \in P}[(x \equiv y \wedge y \equiv z) \rightarrow (x \equiv z)]$.

Podział zbioru *Niech P będzie zbiorem niepustym. Zbiór α, będący zbiorem podzbiorów P, jest podziałem zbioru P wtw:*

(1) $\bigcup \alpha = P$,

(2) $\forall_{Q,R \in \alpha}(Q \neq R \rightarrow Q \cap R = \emptyset)$,

(3) $\forall_{Q \in \alpha}(Q \neq \emptyset)$.

Struktura równoważnościowa *Para $\langle P, \equiv \rangle$ jest strukturą równoważnościową zdefiniowaną na P wtw:*

(1) P jest zbiorem niepustym,

(2) $\equiv \subseteq P \times P$ *jest równoważnościową relacją na P.*

Struktura podziałowa *Para $\langle P, \alpha \rangle$ jest strukturą podziałową zdefiniowaną na P wtw:*

(1) P jest zbiorem niepustym,

(2) α jest podziałem zbioru P.

Klasa abstrakcji i iloraz *Niech $\langle P, \equiv \rangle$ będzie strukturą równoważnościową zdefiniowaną na P oraz niech $x \in P$.*

(1) Zbiór $x/_{\equiv} \overset{\text{def}}{=} \{y \in P \mid x \equiv y\}$ *jest klasą równoważności (abstrakcji) przedmiotu x ze względu na relację $\equiv$.*

(2) Zbiór $P/_{\equiv} \overset{\text{def}}{=} \{x/_{\equiv} \mid x \in P\}$ *jest ilorazem zbioru P przez relację $\equiv$.*

Zasada abstrakcji* *Struktura podziałowa $\langle P, P/_{\equiv} \rangle$ jest wyznaczona przez strukturę równoważnościową $\langle P, \equiv \rangle$ wtw $P/_{\equiv}$ jest ilorazem zbioru P przez relację $\equiv$.*

Struktura podobieństwa *Para $\langle P, \approx \rangle$ jest strukturą podobieństwa zdefiniowaną na P wtw:*

(1) P jest zbiorem niepustym,

(2) $\approx \subseteq P \times P$ *jest zwrotną i symetryczną relacją na P.*

Struktura własnościowa *Para $\langle P, \alpha \rangle$ jest strukturą własnościową zdefiniowaną na P wtw:*

(1) P jest zbiorem niepustym,

(2) α jest zbiorem podzbiorów P takim, że $\emptyset \notin \alpha$ oraz $\forall_{x \in P} \exists_{Q \in \alpha}(x \in Q)$.

a. Quasi-analiza I (§71)

<u>Krąg podobieństwa</u> *Zbiór $Q \subseteq P$ jest kręgiem podobieństwa struktury $\langle P, \approx \rangle$, wtw:*

(1) $\forall_{x,y \in Q}(x \approx y)$ *oraz*

(2) $\neg \exists_{x \in P}(x \notin Q \ \wedge \ \forall_{y \in Q}(x \approx y))$.

<u>Quasi-analiza I</u> *Struktura własnościowa $\langle P, \alpha^{\approx} \rangle$ jest wyznaczona przez strukturę podobieństwa $\langle P, \approx \rangle$ (poprzez zastosowanie quasi-analizy I) wtw:*

$$\alpha^{\approx} \stackrel{\text{def}}{=} \{Q \subseteq P \mid Q \text{ jest kręgiem podobieństwa struktury } \langle P, \approx \rangle\}.$$

b. Quasi-analiza II (§§ 72, 81, 112)

Wersja A

<u>Jakość (klasa jakości) typu A</u> *Niech P będzie zbiorem niepustym, natomiast $\approx$ relacją podobieństwa zdefiniowaną na P. Niech $\alpha^{\approx}$ będzie zbiorem kręgów podobieństwa struktury $\langle P, \approx \rangle$. Zbiór $Q \subseteq P$ jest jakością (klasą jakości) typu A struktury $\langle P, \approx \rangle$ wtw:*

(1) $\forall_{R \in \alpha^{\approx}} \, Q \cap R \neq \emptyset \rightarrow Q \subseteq R$,

(2) $\forall_{x \in P} \, \{x \notin Q \rightarrow \exists_{R \in \alpha^{\approx}} \, [(Q \subseteq R \ \wedge \ x \notin R) \vee (Q \cap R = \emptyset \ \wedge \ x \in R)]\}$ *oraz*

(3) $Q \neq \emptyset$.

<u>Quasi-analiza II (wersja A)</u> *Struktura własnościowa $\langle P, \beta_A^{\approx} \rangle$ jest wyznaczona przez strukturę podobieństwa $\langle P, \approx \rangle$ (poprzez zastosowanie quasi-analizy II w wersji A) wtw:*

$\beta_A^{\approx} \stackrel{\text{def}}{=} \{Q \subseteq P \mid Q \text{ jest jakością (klasą jakości) typu A struktury } \langle P, \approx \rangle\}$.

b. Quasi-analiza II (§§ 72, 81, 112)

Wersja B

<u>Jakość (klasa jakości) typu B</u> *Niech P będzie zbiorem niepustym, natomiast $\approx$ relacją podobieństwa zdefiniowaną na P. Niech $\alpha^{\approx}$ będzie zbiorem kręgów podobieństwa struktury $\langle P, \approx \rangle$. Zbiór $Q \subseteq P$ jest jakością (klasą jakości) typu B struktury $\langle P, \approx \rangle$ wtw:*

(1) $\forall_{R \in \alpha^{\approx}} \left(\frac{|Q \cap R|}{|Q|} \right) > \frac{1}{2} \rightarrow Q \subseteq R$,

(2) $\forall_{x \in P} \, \{x \notin Q \rightarrow \exists_{R \in \alpha^{\approx}} \, [(Q \subseteq R \ \wedge \ x \notin R) \vee (Q \cap R = \emptyset \ \wedge \ x \in R)]\}$ *oraz*

(3) $Q \neq \emptyset$.

<u>Quasi-analiza II (wersja B)</u> *Struktura własnościowa $\langle P, \beta_B^{\approx} \rangle$ jest wyznaczona przez strukturę podobieństwa $\langle P, \approx \rangle$ (poprzez zastosowanie quasi-analizy II w wersji B) wtw:*

$\beta_B^{\approx} \stackrel{\text{def}}{=} \{Q \subseteq P \mid Q \text{ jest jakością (klasą jakości) typu B struktury } \langle P, \approx \rangle\}$.

c. Quasi-analiza III (*Die Quasizerlegung*)

<u>Quasi-analiza III</u> *Struktura własnościowa $\langle P, \gamma^{\approx} \rangle$ jest wyznaczona przez strukturę podobieństwa $\langle P, \approx \rangle$ (poprzez zastosowanie quasi-analizy III) wtw:*

(1) $\gamma^{\approx}$ *jest zbiorem kręgów podobieństwa struktury* $\langle P, \approx \rangle$,

(2) $\gamma^{\approx}$ *jest zbiorem wystarczającym struktury* $\langle P, \approx \rangle$

$\forall_{x,y \in P}[x \approx y \rightarrow \exists_Q (Q \in \gamma^{\approx} \wedge x, y \in Q)]$,

(3) $\gamma^{\approx}$ *jest zbiorem względnie koniecznym struktury* $\langle P, \approx \rangle$

$\forall_{Q \in \gamma^{\approx}} \exists_{x,y \in P} \big[x \neq y \wedge x, y \in Q \wedge \forall_S \big((S \in \gamma^{\approx} \wedge x, y \in S) \rightarrow S = Q\big)\big]$.